

*Řešení úloh mafiánského Fyziklání jarního soustředění  
FYKOSu v Domašově nad Bystřicí 2019*

### Úloha AA ... M: pozemská

*Z kolko atómov je zložená Zem? Vyžadujeme jednu platnú číslicu.*

### Úloha AB ... O: tieňová

*Zvislá tyč dĺžky 2 m upevnená na dne bazénu vyčnieva do výšky 50,0 cm nad hladinu vody. Slnčné svetlo dopadá zo smeru 55 dg nad horizontom. Aký dlhý je tieň tyče na dne bazénu?*

### Úloha AC ... M: cestovná

*O koľko minút sa skrátila doba jazdy po diaľnici z Prahy do Brna (209 km) po zvýšení rýchlostného limitu zo  $110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  na  $130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Predpokladajte, že vodiči neberú ohľad na stav vozovky a idú celú trasu najvyššou povolenou rýchlosťou.*

### Úloha AD ... M: pálková

*Tenká homogénna tyč o hmotnosti  $M$  a dĺžke  $l = 0,600 \text{ m}$  sa otáča uhlovou rýchlosťou  $\omega = 80 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  vo vodorovnej rovine v kladnom smere. Os otáčania prechádza stredom tyče. Častica o hmotnosti  $M/3$  narazí do tyče rýchlosťou  $v = 40,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a prilepí sa na ňu. V okamžiku pred zrážkou bola rýchlosť častice kolmá k tyči a jej vzdialenosť od stredu tyče bola  $d$ . Pre akú hodnotu  $d$  zostane sústava po zrážke v pokoji?*

### Úloha AE ... E: kondenzátorová

*Doskový kondenzátor má priestor medzi elektródami, každej o ploche  $S = 0,034 \text{ m}^2$ , vyplnený dielektrikom o relatívnej permitivite  $\epsilon_r = 5,5$ . Vzdialenosť elektród je  $d = 2,0 \text{ mm}$ . K elektrickému prerazu kondenzátoru dôjde, ak intenzita elektrického poľa medzi elektródami presiahne  $E = 200 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$ . Akú maximálnu elektrickú energiu môžeme v kondenzátore uchovať?*

### Úloha AF ... M: vleková

*Lyžiarsky vlek vytiahne 100 lyžiarov priemernej hmotnosti  $m = 70 \text{ kg}$  do výšky  $h = 150 \text{ m}$  za čas  $t = 60 \text{ s}$ . Rýchlosť pohybu je konštantná. Aký je priemerný výkon vleku?*

### Úloha AG ... M: hrdzavá

Aká je vzdialenosť medzi stredmi atómov železa, za predpokladu, že železo kryštalizuje v plošne centrovanej kubickej mriežke?

### Úloha AH ... M: západová

Predstavte si, že ležíte na pláži na rovníku a pozorujete západ Slnka. V momente, keď sa spodný okraj Slnka dotkne horizontu spustíte stopky a vstanete. Stopky zastavíme v okamihu, keď sa Slnko opäť dotkne horizontu. Vypočítajte polomer Zeme, ak sa výška očí zmenila o  $h = 1,7$  m a namerali sme  $t = 11,1$  s.

### Úloha BA ... T: nekmitajúca

Teplota ideálneho dvojatómového plynu o látkovom množstve  $n = 3,00$  mol izobaricky vzrástla o  $\Delta T = 40$  °C. Predpokladajte, že molekuly rotujú a nekmitajú. Ako sa zmenila vnútorná energia plynu?

### Úloha BB ... M: vybuchujúca

Teleso, ktoré bolo v pokoji, sa výbuchom rozdelilo na tri časti. Dve časti o rovnakej hmotnosti sa pohybujú rýchlosťou  $v = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  do kolmých smerov. Tretia časť je trikrát ťažšia. Určte smer a veľkosť jej rýchlosti.

### Úloha BC ... M: kolesová

Aká veľká musí byť sila pôsobiaca vodorovne na os kolesa, aby prekonalo schod výšky  $h = 3,00$  cm. Koleso má polomer  $r = 6,00$  cm a hmotnosť  $m = 800$  g.

### Úloha BD ... E: cinkajúca

Počiatkové náboje troch identických kovových gúľ sú  $Q_A = Q$ ,  $Q_B = -Q/4$  a  $Q_C = Q/2$ , kde  $Q = 2,00 \cdot 10^{-14}$  C. Stredy gúľ sú vzdialené  $d = 1,20$  m. Guľa C sa postupne dotkne guľe A a guľe B a vzdiali sa. Akou veľkou elektrostickou silou na seba guľe pôsobia?

### Úloha BE ... M: trysková

Tryskové lietadlo nad nami preletelo rýchlosťou  $v = 1,5$  Mach vo výške  $h = 5000$  m. Za ako dlho od preletu nás zasiahne rázová vlna?

### Úloha BF ... M: brzdiaca

Idete po diaľnici konštantnou rýchlosťou  $v = 110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Rovnakou rýchlosťou ide aj auto pred vami vzdialené  $s = 25$  m. Na okamžik stratíte pozornosť a nevšimnete si, že vodič pred vami začal brzdiť zrýchlením  $a = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Za dve sekundy znovu zpozorniete a po ďalších  $0,4$  s začnete brzdiť tiež s rovnakým zrýchlením. Aká je vaša rýchlosť v okamihu, keď narazíte do auta pred vami?

### Úloha BG ... M: priepastná

Pri neopatrnnej hre dieťa spadlo v strmom svahu so sklonom  $\alpha = 35^\circ$  a kĺzalo sa po ňom dole so zrýchlením  $a = 0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Určte veľkosť koeficientu šmykového trenia medzi dieťaťom a svahom, ak viete, že dieťa pád prežilo. Pod svahom sa nachádza priepasť hĺbky  $h = 38$  m.

### Úloha BH ... M: vážna

Dano a Danka sedia v kanoe na jazere. Dano má hmotnosť  $M = 80 \text{ kg}$ , Danka je ľahšia. Hmotnosť kanoe je  $m_0 = 30 \text{ kg}$ , sedia vo vzdialenosti  $l = 3 \text{ m}$  od seba symetricky k stredu hmotnosti prázdneho kanoe. Voda a kanoe sú v pokoji. Dano a Danka si vymenili miesta, pričom si Dano všimol, že sa kanoe posunulo o  $s = 50 \text{ cm}$  vzhľadom ku kolu ponorenému vo vode. Pomôžte Danovi zistiť, koľko Danka váži.

### Úloha CA ... O: zrkadliaca

Krátky priamy predmet dĺžky  $L$  leží na ose guľového zrkadla vo vzdialenosti  $p$  od neho. Nájdite dĺžku obrazu predmetu v zrkadle.

### Úloha CB ... M: pašovacia

Teleso padá z mostu, ktorý je vo výške  $h = 45 \text{ m}$  nad hladinou rieky. Spadne priamo do loďky, ktorá pláva pod mostom konštantnou rýchlosťou. V okamžiku uvoľnenia telesa na moste bola loďka vzdialená práve  $s = 12 \text{ m}$  od miesta dopadu. Aká je jej rýchlosť?

### Úloha CC ... M: elektrárenská

Priehrada s prepacom o výške  $h = 100 \text{ m}$  má prietok turbínami  $Q = 1200 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Uvažujte účinnosť elektrárne  $\eta = 0,75$ . Aký je výkon generátora?

### Úloha CD ... M: víťazná

Páľkar odohrá loptičku vo výške  $h = 1,22 \text{ m}$  nad zemou pod elevačným uhlom  $\vartheta = 45^\circ$ . Dolet loptičky je  $l = 107 \text{ m}$ . Pravidlá hry zaručujú zisk bodu, ak loptička preletí plot vysoký  $a = 7,32 \text{ m}$  a vzdialený  $b = 97,5 \text{ m}$ . V akej výške nad plotom loptička preletela?

### Úloha CE ... T: vytekajúca

Hliníkový kelímok s objemom  $V = 100 \text{ cm}^3$  je naplnený glicerínom pri  $22^\circ \text{C}$ . Koľko glycerínu z kelímku vytečie, ak kelímok spolu s glycerínom zahrejeme na  $t = 28^\circ \text{C}$ ?

### Úloha CF ... M: praková

Chlapec točí kameňom priviazaným na lane dlhom poldruha metra. Kameň rovnomerne obieha vo vodorovnej rovine vo výške dva metre nad zemou. Náhle sa lano pretrhne a kameň dopadne 10 m od chlapca. Aké bolo dostredivé zrýchlenie kameňa pri rotácii?

### Úloha CG ... M: trojitá

Špeciálna trojhviezda sa skladá z dvoch hviezd o hmotnosti  $m$ , ktoré obiehajú po rovnakej kruhovej dráhe s polomerom  $r$  okolo centrálnej hviezdy s hmotnosťou  $M$ . Obe menšie hviezdy sú vždy na protilahlej strane centrálnej hviezdy. Určte obežnú dobu týchto hviezd.

### Úloha CH ... O: štrbinová

Aká je vlnová dĺžka použitého svetla pri dvojštrbinovom experimente s roztečou štrbín 0,150 mm, ak je na tienidle vo vzdialenosti 50,0 cm od štrbín vzdialenosť medzi prvým a desiatym tmavým prúžkom 18,0 mm?

### Úloha DA ... M: naklonená

Dve kocky vážia  $N_1 = 3,6 \text{ N}$  a  $N_2 = 7,2 \text{ N}$ . Sú spojené vláknom zanedbateľnej hmotnosti a šmýkajú sa dole po naklonenej rovine o uhle sklonu  $\alpha = 30^\circ$ . Lahšia kocka je vpredu. Činiteľ dynamického trenia medzi lajšou (ťažšou) kockou a naklonenou rovinou je  $f_1 = 0,1$  ( $f_2 = 0,2$ ). Určte silu napínajúcu vlákno.

### Úloha DB ... M: zatopená

Vyčerpávame vodu zo zatopenej pivnice rýchlosťou  $v = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  hadicou o vnútornom polomere  $r = 1 \text{ cm}$ . Hadica je vyvedená z pivnice okienkom, ktoré sa nachádza  $h = 3 \text{ m}$  nad hladinou vody v pivnici. Aký je výkon čerpadla?

### Úloha DC ... T: mrznúca

Nádraz s vodou bola ponechaná vonku v mrazivom počasí. Vytvorila sa vrstva ľadu hrubá 5,0 cm. Vzduch nad ľadom má teplotu  $-10^\circ \text{C}$ . Vypočítajte rýchlosť nárastu hrúbky ľadovej vrstvy v centimetroch za hodinu. Nádoba dokonale izoluje.

### Úloha DD ... M: tunelovacia

Navrhujeme vodorovný tunel s rovným stropom dlhý  $L = 150$  m, vysoký  $H = 7,2$  m a široký  $S = 5,8$  m, ktorý sa bude nachádzať 60 m pod zemou. Strop budú držať výlučne ocelové stĺpy, ktorých prierez je  $S = 960$  cm<sup>2</sup>. Zemina v nadloží má hustotu  $\varrho = 2,8$  g·cm<sup>-3</sup>. Koľko musí byť v tuneli stĺpov, aby tlaková sila v stĺpoch nepresiahla hodnotu odpovedajúcu polovici medze pevnosti v tlaku?

### Úloha DE ... E: válcová

Dlhý priamy drát nesie záporný náboj s dĺžkovou hustotou  $\lambda = 3,6$  nC·m<sup>-1</sup>. Drát je obklopený súosým nevodivým dutým valcom s vnútorným polomerom  $r = 1,5$  cm. Vypočítajte indukovanú plošnú hustotu náboja  $\sigma$  na vnútornej strane valca.

### Úloha DF ... M: zvukná

Hliníkový drát dĺžky  $l_1 = 60,0$  cm prierehého prierezu  $S = 1,00 \cdot 10^{-2}$  cm<sup>2</sup> a hustoty  $\varrho_1 = 2,60$  g·cm<sup>-3</sup> je na jednom konci upevnený v stene. Na druhom konci ho spojíme s ocelovým drátom rovnakého prierehého prierezu hustoty  $\varrho_2 = 7,80$  g·cm<sup>-3</sup>. Sústavu oboch drátov zatažíme cez kladku závažím o hmotnosti  $m = 10,0$  kg. Vzďalenosť miesta spojenia drátov od kladky je  $l_2 = 86,6$  cm. Nájdite najnižšiu frekvenciu vlastných kmitov struny, pri ktorých je v mieste spojenia drátov uzol.

### Úloha DG ... O: osvietená

Slnéčné svetlo má na hranici zemskej atmosféry intenzitu  $1,40$  kW·m<sup>-2</sup>. Vypočítajte amplitúdu  $E_m$  elektrickej intenzity svetelnej vlny.

### Úloha DH ... M: pružinková

Majme kváder pohybujúci sa na vodorovnej podložke bez trenia. Ak je vpravo prichytený na pružinu, koná kmity s frekvenciou  $f_1 = 30$  Hz. Ak ho prichytíme zľava na inú pružinu, bude kmitať s frekvenciou  $f_2 = 45$  Hz. S akou frekvenciou bude kmitať, ak budú obe pružiny pripojené súčasne?

### Úloha EA ... T: vyprchavšia

Ocelová nádoba obsahuje  $m = 300$  g plynného amoniaku pri tlaku  $p = 1,35 \cdot 10^6$  Pa a teplote  $t_1 = 77^\circ\text{C}$ . Po určitej dobe klesla teplota nádoby na  $t_2 = 22^\circ\text{C}$  a namerali sme tlak plynu  $p = 8,7 \cdot 10^5$  Pa. Koľko gramov plynu nám uniklo?

### Úloha EB ... M: rýchlejšia

Majme lano prehodené cez nehmotnú kladku, na ktorého koncoch sú dve nádoby hmotností  $m_1 = 1,30$  kg a  $m_2 = 2,80$  kg. Prvá nádoba je však deravá a v okamihu keď sústavu uvoľníme z nej začne unikať hmota rýchlosťou  $q = 0,200$  kg·s<sup>-1</sup>. Kedy dosiahne ryv (zmena zrýchlenia za čas) sústavy maxima?

### Úloha EC ... O: stáčavá

Aký je minimálny počet polarizačných dosťičiek potrebný na otočenie roviny polarizácie svetla o  $\vartheta = 90^\circ$ , ak chceme, aby bola intenzita prešlého svetla aspoň 60% dopadajúcej intenzity?

### Úloha ED ... E: odchýlená

Ión  ${}^6\text{Li}^+$  emitovaný zdrojom je urýchlený napätím  $U = 10$  kV a vlieta vo vodorovnom smere do oblasti homogénneho vertikálneho magnetického poľa o indukcii  $B = 1,2$  T. Vypočítajte najmenšiu veľkosť intenzity homogénneho magnetického poľa v oblasti, aby z nej ión vyletel nevychýlený.

### Úloha EE ... E: opozdená

Generátor dodáva striedavé napätie 120 V pri frekvencii  $f = 60$  Hz. Pri rozpojenom prepínači predbieha prúd napätie generátora o  $20^\circ$ . S prepínačom v polohe 1 je prúd opozdený o  $10^\circ$ . Keď je prepínač v polohe 2, je prúd  $I = 2,00$  A. Určte hodnoty  $R$ ,  $L$  a  $C$ . Zapojenie: Generátor je jednou svorkou pripojený na cievku, z ktorej vedie druhý kontakt na uzol A. Na uzol A je zapojený kondenzátor, ktorý vedie na svorku 1 prepínača. Na uzol B je zapojený ešte jeden rovnaký kondenzátor, ktorý vedie cez telo prepínača ďalej na rezistor a uzol B. Na uzol B je pripojená svorka 2 prepínača. Uzol B je pripojený na druhú svorku generátora.

### Úloha EF ... M: odrazová

Kabína nákladného výtahu má hmotnosť  $m = 1800 \text{ kg}$ . Ťažné lano sa pretrhlo v okamžiku, keď bolo dno kabíny vo výške  $d = 3,7 \text{ m}$  od konca tlmiacej pružiny tuhosti  $k = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$  na dne šachty. Pri pretrhnutí lana bolo do chodu uvedené bezpečnostné zariadenie, ktoré zovrelo kabínu medzi zvislé vodiace koľajnice, čím začalo pôsobiť silou  $F = 4400 \text{ N}$ . Akú dráhu urazí kabína od prvého odskoku od pružiny, kým znova začne padat?

### Úloha EG ... T: bordelárska

Jeden koniec mosadznej tyče je v kontakte s ohrievačom o teplote  $t_1 = 130 \text{ }^\circ\text{C}$ , druhý s chladičom o teplote  $t_2 = 24,0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Vypočítajte celkovú zmenu entropie systému počas deja, pri ktorom bolo tyčou odvedené teplo  $Q = 5030 \text{ J}$ .

### Úloha EH ... M: rotorová

Homogénny list vrtuľníkového rotoru má dĺžku  $l = 7,80 \text{ m}$  a hmotnosť  $m = 110 \text{ kg}$ . Určte veľkosť momentu sily, ktorou musí pôsobiť motor na rotor, aby získal uhlovú rýchlosť  $\omega = 320 \text{ ot}\cdot\text{min}^{-1}$  za dobu  $t = 6,7 \text{ s}$  pri roztáčaní z pokoja. Zanedbajte odpor vzduchu.